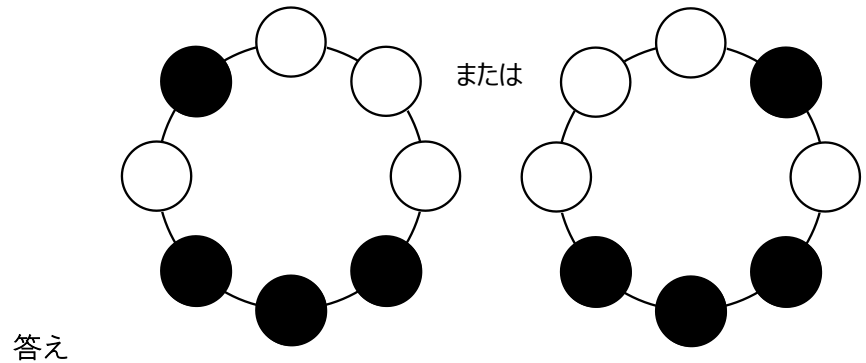


問題 1

白黒のご石を 3 個ならべる方法は全部で $2 \times 2 \times 2 = 8$ 通り です。連続する 3 個のご石を時計回りに見る見方も 8 通りなので、8 通りすべてのならべ方が出てくるように、円状に配置します。このようなならべ方は次の 2 通り(またはこれらを回転させた場合)です。



問題 2

1～9 までの和は 45 です。10～19 までに書かれている数字の和は $10 + 45 = 55$ です。
同様に 20 台は $20 + 45 = 65$, 30 台は $30 + 45 = 75$, $\dots$, 90 台は $90 + 45 = 135$ より 99 までに書かれている数字の和は $(45 + 135) \times 10 \div 2 = 900$ となります。

100 台を考えると、下 2 桁の和はさきほどと同じで 900 です。百の位の和は 100 です。
つまり 199 までに書かれている数字の和は $900 + 900 + 100 = 1900$ です。

残りは $2021 - 1900 = 121$ です。

200～209 までの書かれている数字の和は 65 で、210～219 までは 75 なので、
219 ですでに 2021 を $65 + 75 - 121 = 19$ 超えています。

$2 + 1 + 9 = 12$, $2 + 1 + 8 = 11$ なので、218 までで書かれている数字の和が 2021 を超えます。

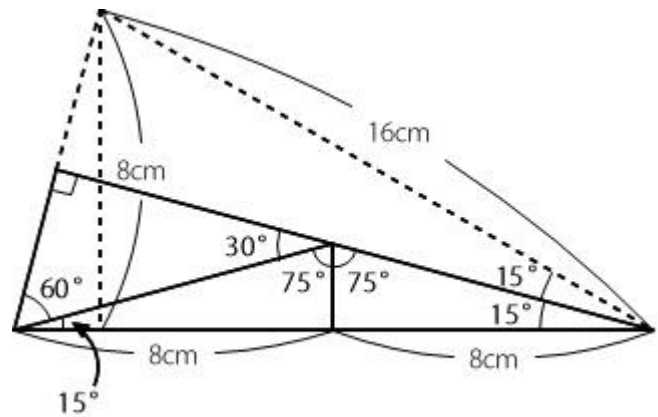
答え 218

問題3

対角線ACと辺EGの長さが同じなので、

図より $16 \times 8 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 32\text{cm}^2$

答え 32cm²



問題4

どのように3回折っても黒いマスが残るぬり方の条件は次の2つです。

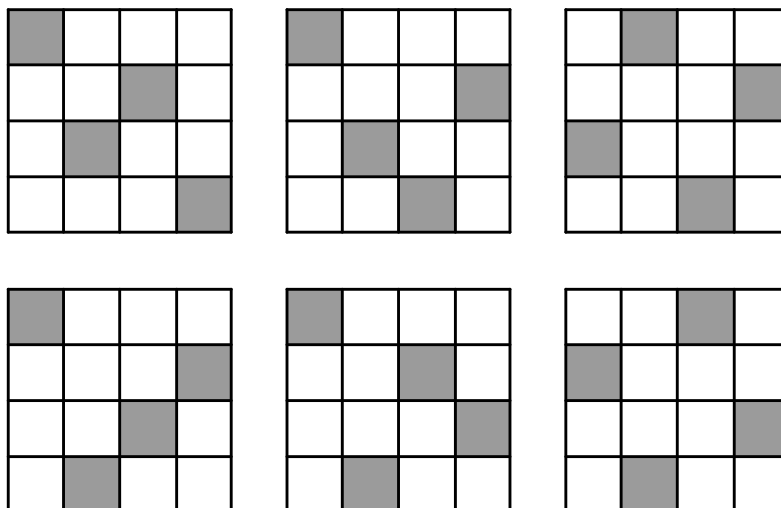
- ・ 全ての行、列に黒いマスがある。
- ・ 右上、右下、左上、左下の4マスずつに分けたとき、全てのエリアに黒いマスがある。

(1) 条件を満たすためには最低4マスをぬる必要があります。

答え 4マス

(2) 条件を満たすぬり方は、次の6通りです。

答え 6通り



問題5

2021 の倍数、かつ下4桁が 2020 の8桁の数を求めます。このとき下4桁が 2020 になるように虫食い算で考えると図のようになります。よって、もとの4桁の数として考えられる最小の数は 1944 です。

※ $2021 \times 19620 = 39652020$ より

1944 の次に大きなもとの4桁の数は 3965 です。

$$\begin{array}{r}
 2021 \\
 \times \dots \boxed{9}\boxed{6}\boxed{2}\boxed{0} \\
 \hline
 0000 \\
 4042 \\
 12126 \\
 18189 \\
 \hline
 \boxed{1}\boxed{9}\boxed{4}\boxed{4} 2020
 \end{array}$$

答え 1944

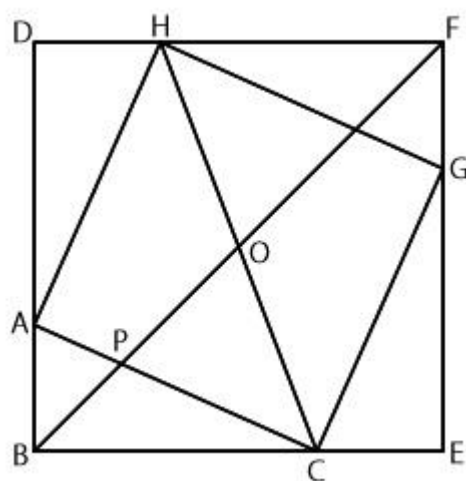
問題6

図のように三角形 ABC を4つつなげた形を考えると、四角形 ACGH と四角形 DBEF はともに正方形です。

(正方形 DBEF の面積)

$$\begin{aligned}
 &= (\text{正方形 ACGH の面積}) + (\text{三角形 ABC の面積}) \times 4 \\
 &= 12 \times 12 + 14 \times 4 \\
 &= 200 \text{cm}^2
 \end{aligned}$$

このとき $BF \times BF \div 2 = 200$ より $BF = 20\text{cm}$ です。
 BF と CH の交点を O とすると $BC = FH$ より $CO = HO$ なので、点 O は正方形 ACGH の中心です。



$$BO = BF \div 2 = 10\text{cm}$$

$$(\text{三角形 OAC の面積}) = 12 \times 6 \div 2 = 36\text{cm}^2$$

$$BP : PO = (\text{三角形 ABC の面積}) : (\text{三角形 OAC の面積}) = 14 : 36 = 7 : 18$$

$$\text{よって } BP = 10 \times \frac{7}{7+18} = 2.8\text{cm}$$

答え 2.8cm

問題7

上2桁をA、下2桁をBとします。このとき4桁の整数は $100 \times A + B$ と表すことができます。
 $100 \times A + B = 2 \times A \times B$ より $100 \times A = 2 \times A \times B - B$ なので $100 \times A = B \times (2 \times A - 1)$ です。

$2 \times A - 1$ と A は互いに素なので、 B は A の倍数です。

また $100 = 4 \times 25$ より $4 \times 25 \times A = B \times (2 \times A - 1)$ なので、 B は4の倍数です。

このとき $2 \times A - 1$ は25の約数であり、 A は10以上なので13です。

$A = 13$ のとき $B = 52$ なので、もとの4桁の整数は1352です。

答え 1352

問題 8

正十二面体の頂点の数、辺の数はそれぞれ
 $5 \times 12 \div 3 = 20$ 個 , $5 \times 12 \div 2 = 30$ 本 です。

正十二面体の辺と頂点の様子は図 1 のように平面上に表す
ことができます。

正十二面体のある頂点から出発して辺上をすべて 1 回以上
通り、もとの頂点にもどってくる経路は、どの頂点につい
ても出入りの合計が偶数回になるはずです。よって、どの
頂点についても、その頂点から出ている辺の少なくとも 1
本について 2 回以上通ることになります。

頂点の数は 20 個なので、出入り 1 回ずつと考えると、10 本の辺についてちょうど 2 回通るとき、移動距離
が最小になります。この場合、実際に図 2 の太線のような経路で可能です。

よって求める最小の移動距離は
 $30 + 10 = 40\text{cm}$

答え 40cm

図 1

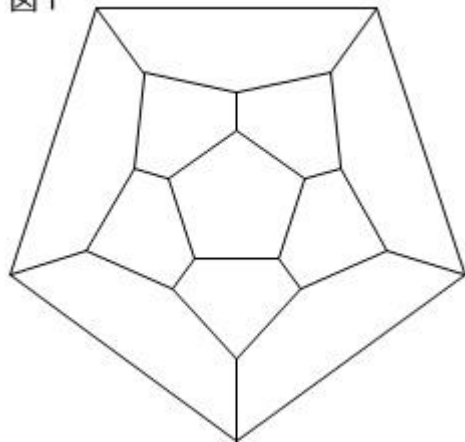


図 2

